

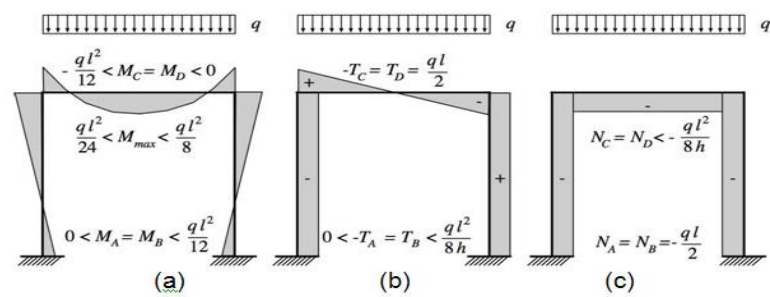
NOM :

PRENOM :

N° ETUDIANT :

PARTIE A (5 POINTS) : QUESTIONNAIRE A CHOIX MULTIPLES

1 – Ci-dessous le diagramme MNT d'un portique, que peut-on en conclure ? (1 point)



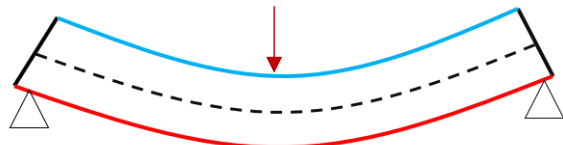
- a. Tous les efforts normaux sont en traction
- b. Tous les efforts normaux sont en compression
- c. Ce portique ne peut pas tenir car il n'est pas contreventé
- d. Toutes les liaisons sont des encastremements.
- e. Toutes les liaisons sont des articulations.

2 – Que peut-on dire sur la poussée au vide des arcs ? (1 point)



- a. On peut la reprendre avec des culées
- b. On peut la reprendre avec un tirant à la base
- c. Un pont bow-string n'est pas stable
- d. Par rapport à un arc roman, elle est moindre sur un arc brisé
- e. Par rapport à un arc roman, elle est moindre sur un arc surbaissé

3 – Que dire de cette poutre en flexion ? (1 point)



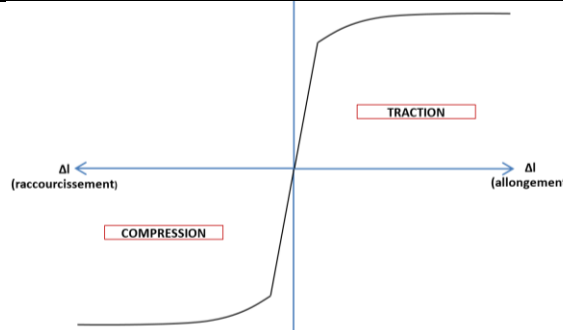
- a. La membrure supérieure est tendue
- b. Le maximum de tension se situe au milieu de la poutre, sur la membrure inférieure
- c. L'effort normal est uniforme sur sa section
- d. La droite en pointillé s'appelle l'axe normal
- e. La moitié au-dessus de la ligne en pointillé est comprimée

4 – Quelles affirmations sont vraies ? (1 point)



- a. Il s'agit du petit Palais des sports de Rome
- b. Il s'agit d'un hangar d'aviation
- c. Le projet est de Pier Luigi Nervi
- d. Le projet est d'Eugène Freyssinet
- e. Le projet est de Jean-Rodolphe Perronet
- f. Le projet est de Jean-Michel Humerus

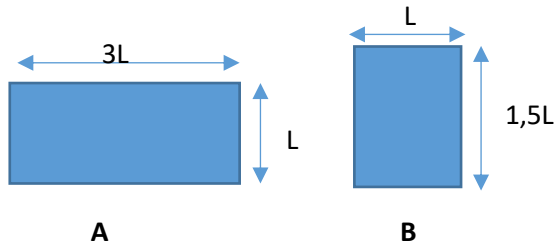
5 – Quelles affirmations sont vraies sur le matériau dont le diagramme est donné ci-dessous ? (1 point)



- a. Il doit s'agir de l'acier
- b. Il doit s'agir du béton
- c. Il est ductile en compression
- d. Il est fragile en compression
- e. Il est ductile en traction
- f. Il est fragile en traction

PARTIE B (6 POINTS) : QUESTIONS DE COURS

1 – Voici 2 sections de poutre. A chargement égal, laquelle fléchit le moins ? Justifiez par le calcul. (1,5 points)



2 – Quelle astuce me permet d'appliquer simplement le PFS sur une poutre supportant une charge linéairement répartie ? (1 points)

3 – Tracer le diagramme MNT d'une poutre isostatique supportant un chargement linéairement réparti, précisez les valeurs des réactions et du moment maximal ? (1,5 points)

4 – Quelle règle permet de s'assurer qu'un arc réalisé suivant un funiculaire sous charge linéairement répartie tiendra toute sa vie malgré la variabilité des charges réelles ? (1 point).

5 – Qu'est-ce qu'un matériau ductile ? (1 point)

PARTIE C (12 POINTS) : Deux petits problèmes

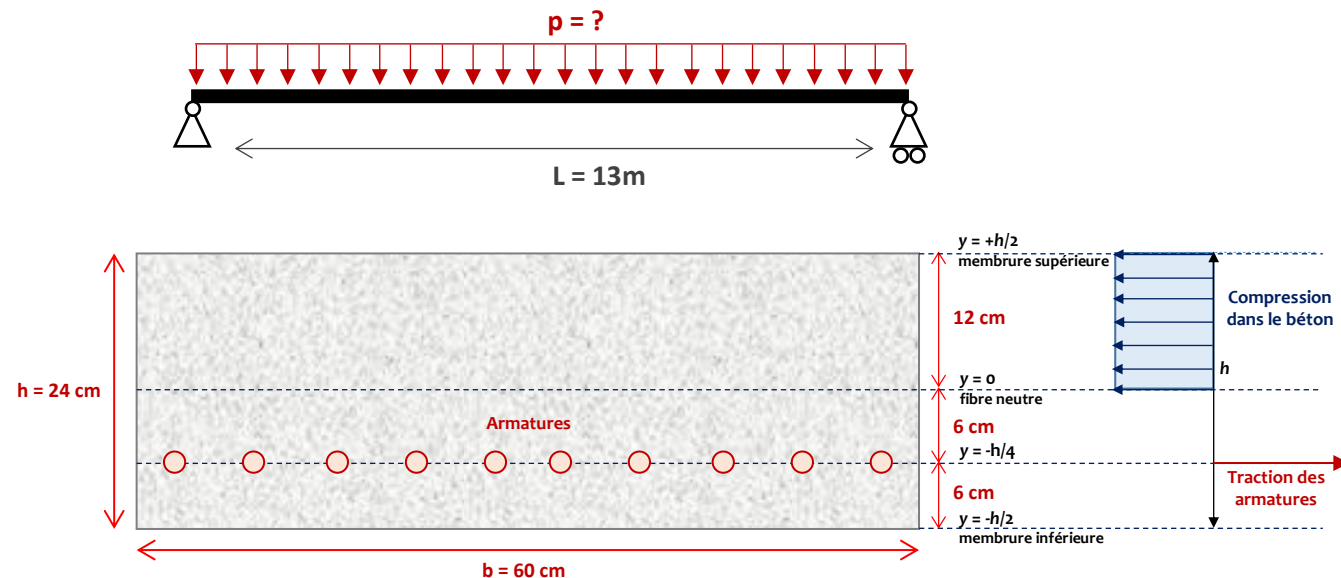
PROBLEME 1 (5,5 Points) : Premier pas (simplifié) vers un dimensionnement en béton armé.

Nous considérons une poutre plate de longueur $L = 13\text{m}$, de largeur $b = 60\text{ cm}$ pour une hauteur $h = 24\text{ cm}$.

Il y a 10 armatures à $24/4 = 6\text{ cm}$ de la membrure inférieure.

On considère que la compression est reprise **uniformément** (il s'agit là d'une simplification !) par le béton de la partie supérieure, au-dessus la fibre neutre, que l'on suppose au centre de la poutre.

Le moment fléchissant au centre de la poutre vaut 150 kN.m



HYPOTHESES SIMPLIFICATRICES

Les coefficients de l'ELU ont déjà été intégrés dans les charges (inutile de les rajouter).

QUESTIONS : Il y a deux moyens de résoudre le problème, vous pouvez choisir l'une ou l'autre des deux possibilité (mais ne pas faire les deux).

MÉTHODE 1 (5,5 Pts)

- Grâce à la formule du cours sur le moment fléchissant d'une poutre soumise à une charge linéairement répartie uniforme, montrer qu'il faut une charge $p = 7,1\text{ kN/m}$ pour obtenir un moment fléchissant $M_f = 150\text{ kN.m}$ (1 pt)
Nota : si vous ne vous rappelez plus de la formule, vous pouvez la retrouver en traçant le diagramme MNT, mais c'est bien plus long.
- En partant du moment fléchissant sur la fibre neutre ($M_f = 150\text{ kN.m}$), et grâce à la formule qui donne la contrainte normale de flexion, trouvez la contrainte moyenne dans le béton. En déduire la force de compression. (1,5 pts)
 - Le moment quadratique d'une section rectangulaire est : $\frac{b \cdot h^3}{12}$
 - Indice : la contrainte moyenne se calcule à l'axe de la partie comprimée
- Sachant que la force de compression est contrebalancée par la force de traction, calculez le diamètre des armatures. (1,5 pt)
 - La contrainte limite d'élasticité de l'acier vaut $\sigma_{ys} = 500/1,15 = 435\text{ MPa}$
- Vérifiez la résistance du béton à la contrainte maximale de compression. (1,5 pt)
 - La contrainte limite d'élasticité du béton vaut $\sigma_{yb} = 40/1,5 = 26,6\text{ MPa}$
- Bonus : Sachant que la résistance du béton en traction est bien inférieure à celle en compression, que se passe-t-il en sous face de poutre ?

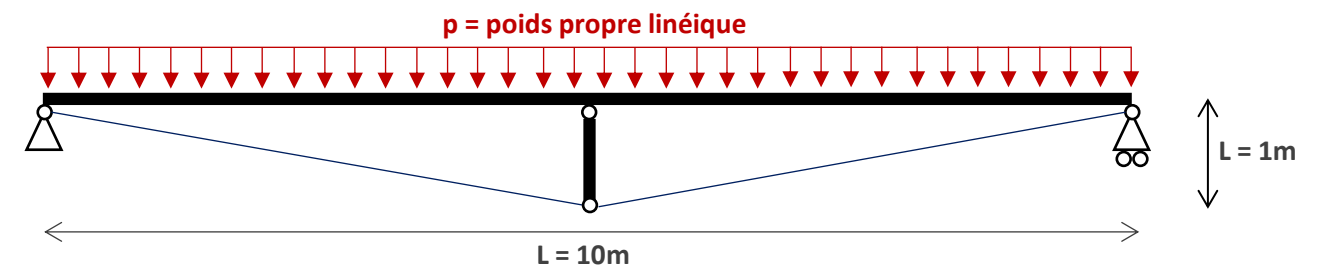
MÉTHODE 2 (5,5 Pts)

- Grâce à la formule du cours sur le moment fléchissant d'une poutre soumise à une charge linéairement répartie uniforme, montrer qu'il faut une charge $p = 7,1\text{ kN/m}$ pour obtenir un moment fléchissant $M_f = 150\text{ kN.m}$ (1 pt)
Nota : si vous ne vous rappelez plus de la formule, vous pouvez la retrouver en traçant le diagramme MNT, mais c'est bien plus long.
- En partant du moment fléchissant ($M_f = 150\text{ kN.m}$), et grâce à la formule qui précise qu'un moment est égal à une force multipliée par une distance, retrouvez la valeur de la traction dans les armatures. (1,5 pts)
Nota : résonnez sur la résultante de la compression dans le béton.
- Calculez le diamètre des armatures. (1,5 pt)
La contrainte limite d'élasticité de l'acier vaut $\sigma_{ys} = 500/1,15 = 435\text{ MPa}$
- Vérifiez la résistance du béton. (1,5 pt)
La contrainte limite d'élasticité du béton vaut $\sigma_{yb} = 40/1,5 = 26,6\text{ MPa}$
- Bonus : Sachant que la résistance du béton en traction est bien inférieure à celle en compression, que se passe-t-il en sous face de poutre ?

PROBLEME 2 (6 Points) : Poutre bois sous tendue précontrainte

Nous considérons une poutre bois sous tendue de longueur $L = 10\text{m}$, de largeur $b = 15\text{ cm}$ pour une hauteur $h = 30\text{ cm}$. La poutre et le poinçon sont en Mélèze C24, les tirants sont en acier. Les caractéristiques principales des deux matériaux sont données dans les questions.

Il s'agit de dimensionner la section des tirants de façon à supprimer la flèche de la poutre bois liée au poids propre



HYPOTHESES SIMPLIFICATRICES

Les coefficients ELU et ELS sont négligés pour l'exercice

QUESTIONS

- Déterminer le poids linéique de la poutre bois (uniquement la poutre horizontale) (1 pt)
 - La masse volumique du Mélèze vaut $\rho = 350\text{ kg/m}^3$
- Déterminer la flèche de la poutre horizontale, sans sous-tension, sous poids propre à l'ELS (1,5 pt)
 - La flèche d'une poutre isostatique sous charge linéique p est donnée par la formule : $f = \frac{5 \cdot p \cdot L^4}{384 \cdot EI}$
 - Le moment quadratique d'une section rectangulaire est : $\frac{b \cdot h^3}{12}$
 - Le module moyen d'élasticité axiale du C24 vaut $E = 11\,000\text{ MPa}$
- Le poinçon va exercer une charge ponctuelle vers le haut pour redresser la poutre. Quelle est la valeur de la force ponctuelle nécessaire (1,5 pt)
 - La flèche d'une poutre isostatique sous charge ponctuelle F est donnée par la formule : $f = \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot EI}$
- La géométrie de la poutre étant connue, quelle est la valeur de la force de traction dans chaque câble ? (1 pt)
- Quelle est la section nécessaire minimale de câble pour redresser la poutre bois ? (1pt)
 - La contrainte limite d'élasticité de l'acier vaut $\sigma_{ys} = 500/1,15 = 435\text{ MPa}$
- Bonus : Que se passera-t-il lorsque la poutre sera chargée avec un plancher et des charges d'exploitation ?

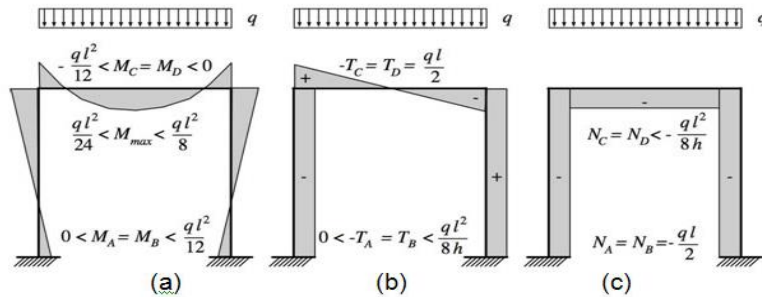
NOM :

PRENOM :

N° ETUDIANT :

PARTIE A (5 POINTS) : QUESTIONNAIRE A CHOIX MULTIPLES

1 – Ci-dessous le diagramme MNT d'un portique, que peut-on en conclure ? (1 point)



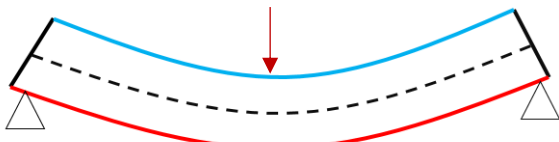
- a. ~~Tous les efforts normaux sont en traction~~
 b. Tous les efforts normaux sont en compression
 c. ~~Ce portique ne peut pas tenir car il n'est pas contreventé~~
 d. Toutes les liaisons sont des encastrements.
 e. ~~Toutes les liaisons sont des articulations.~~

2 – Que peut-on dire sur la poussée au vide des arcs ? (1 point)



- a. On peut la reprendre avec des culées
 b. On peut la reprendre avec un tirant à la base
 c. ~~Un pont bow-string n'est pas stable~~
 d. Par rapport à un arc roman, elle est moindre sur un arc brisé
 e. ~~Par rapport à un arc roman, elle est moindre sur un arc surbaissé~~

3 – Que dire de cette poutre en flexion ? (1 point)



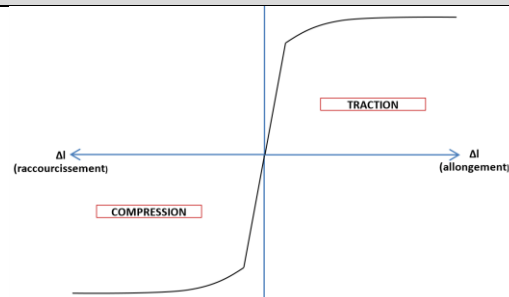
- a. La membrure supérieure est tendue
 b. Le maximum de tension se situe au centre de la poutre, sur la membrure inférieure
 c. L'effort normal est uniforme sur sa section
 d. La droite en pointillé s'appelle l'axe normal
 e. La moitié au-dessus de la ligne en pointillé est comprimée

4 – Quelles affirmations sont vraies ? (1 point)



- a. ~~Il s'agit du petit Palais des sports de Rome~~
 b. Il s'agit d'un hangar d'aviation
 c. Le projet est de Pier Luigi Nervi
 d. ~~Le projet est d'Eugène Freyssinet~~
 e. ~~Le projet est de Jean Rodolphe Perronet~~
 f. ~~Le projet est de Jean-Michel Humerus~~

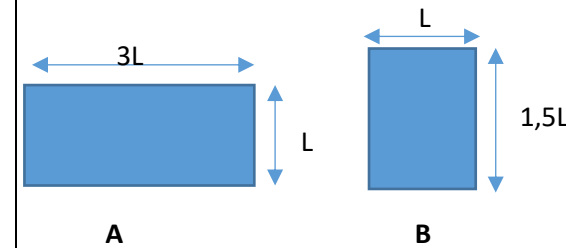
5 – Quelles affirmations sont vraies sur le matériau dont le diagramme est donné ci-dessous ? (1 point)



- a. Il doit s'agir de l'acier
 b. ~~Il doit s'agir du béton~~
 c. Il est ductile en compression
 d. ~~Il est fragile en compression~~
 e. Il est ductile en traction
 f. ~~Il est fragile en traction~~

PARTIE B (6 POINTS) : QUESTIONS DE COURS

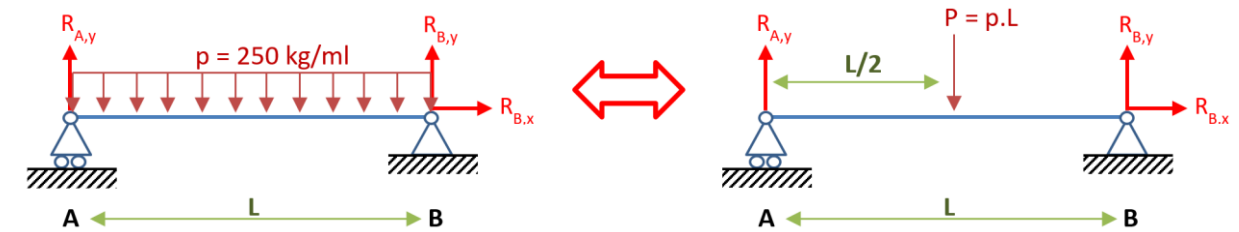
1 – Voici 2 sections de poutre. Laquelle fléchit le moins ? Justifiez par le calcul. (1,5 points)



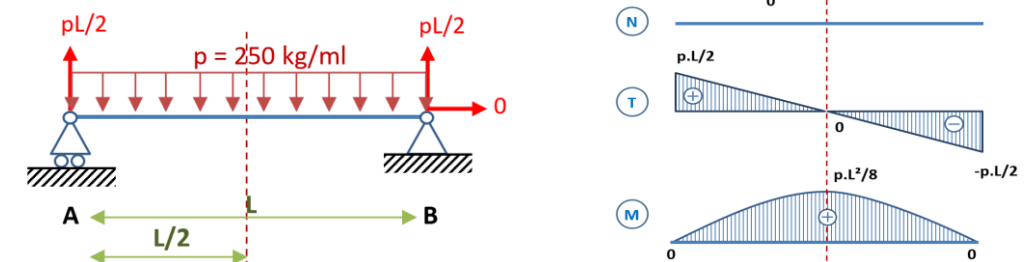
- Inertie de la poutre A : $3L \times L^3 / 12 = 3L^4/12$
 - Inertie de la poutre B : $L \times (1,5L)^3 / 12 = 3,375 L^4/12$
- La poutre B résiste mieux à la flexion.

2 – Quelle astuce me permet d'appliquer simplement le PFS sur une poutre supportant une charge linéairement répartie ? (1 points)

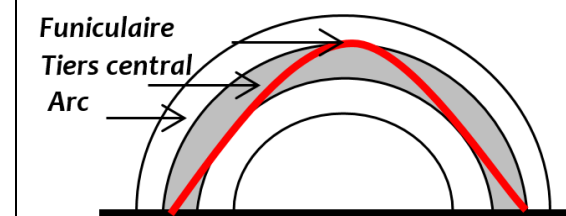
Calculer sur la résultante.



3 – Tracer le diagramme MNT d'une poutre isostatique supportant un chargement linéairement réparti, précisez les valeurs des réactions et du moment maximal ? (1,5 points)



4 – Quelle règle permet de s'assurer qu'un arc réalisé suivant un funiculaire sous charge linéairement répartie tiendra toute sa vie malgré la variabilité des charges réelles ? (1 point).



La règle du tiers central (énoncée en 1825 par Navier) : il faut que le funiculaire sous chargement uniformément réparti soit contenu dans le tiers central de l'arc construit. Cela permet de s'assurer que l'arc restera comprimé malgré les différentes sollicitations variables qu'il subira au cours de sa vie.

5 – Qu'est-ce qu'un matériau ductile ? (1 point)

Les matériaux en condition d'avoir un comportement plastique après le domaine élastique sont dit ductiles. Ex. béton en compression, l'acier au-dessus de -34°C.

PARTIE C (12 POINTS) : Deux petits problèmes

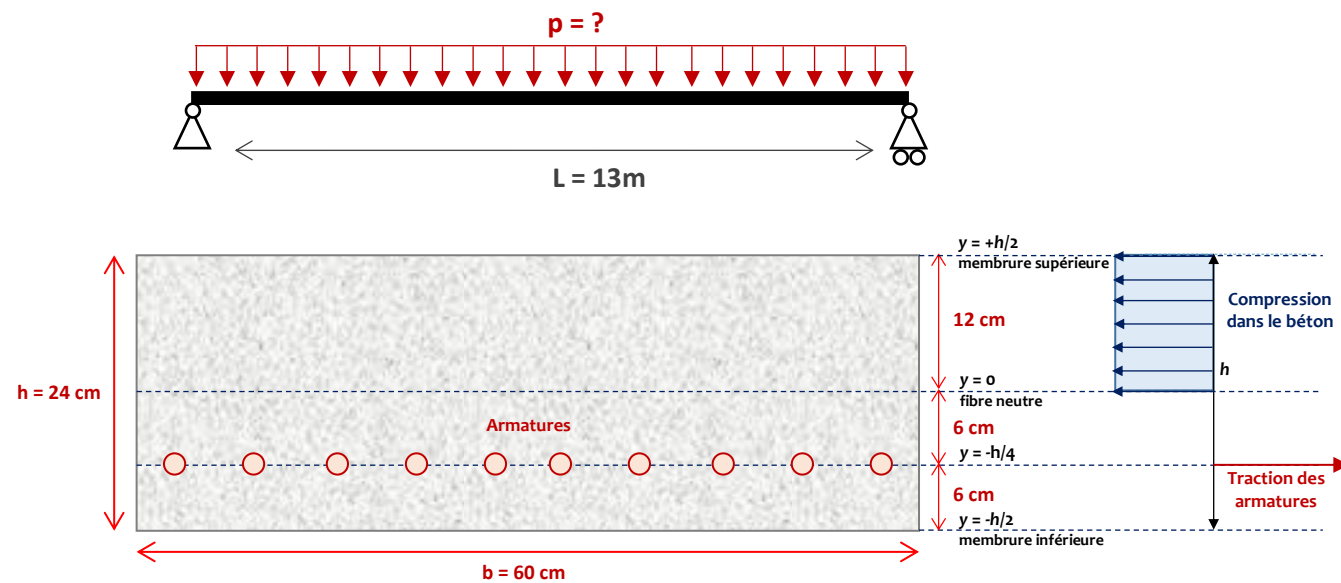
PROBLEME 1 (5,5 Points) : Premier pas (simplifié) vers un dimensionnement en béton armé.

Nous considérons une poutre plate de longueur $L = 13\text{m}$, de largeur $b = 60\text{ cm}$ pour une hauteur $h = 24\text{ cm}$.

Il y a 10 armatures à $24/4 = 6\text{ cm}$ de la membrure inférieure.

On considère que la compression est reprise **uniformément** (il s'agit là d'une simplification !) par le béton de la partie supérieure, au-dessus de la fibre neutre, que l'on suppose au centre de la poutre.

Le moment fléchissant au centre de la poutre vaut 150 kN.m



HYPOTHESES SIMPLIFICATRICES

Les coefficients de l'ELU ont déjà été intégrés dans les charges (inutile de les rajouter).

MÉTHODE 1

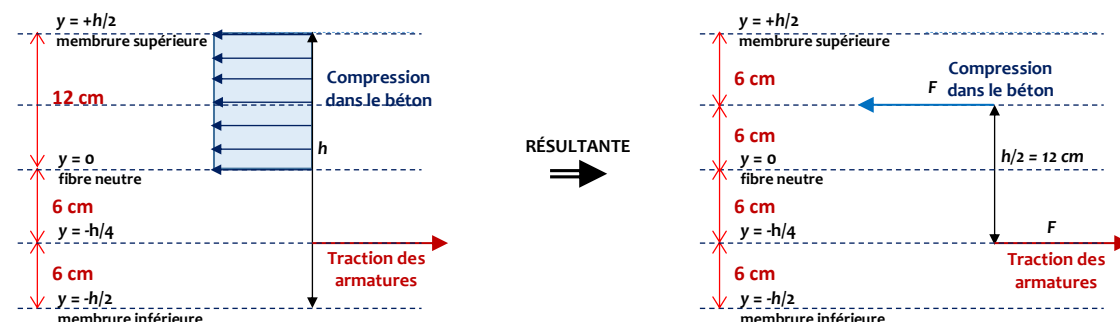
3. Grâce à la formule du cours sur le moment fléchissant d'une poutre soumise à une charge linéairement répartie uniforme, montrer qu'il faut une charge $p = 7,1\text{ kN/m}$ pour obtenir un moment fléchissant $M_f = 150\text{ kN.m}$ (1 pt)
Nota : si vous ne vous rappelez plus de la formule, vous pouvez la retrouver en traçant le diagramme MNT, mais c'est bien plus long.

Moment fléchissant au centre d'une poutre isostatique chargée par p , charge répartie uniformément : $M_f = \frac{p \cdot L^2}{8}$

$$\text{Donc : } p = \frac{8 \cdot M_f}{L^2} = \frac{8 \cdot 150\text{ kN.m}}{(13\text{m})^2} = 7,1\text{ kN/m}$$

1. En partant du moment fléchissant sur la fibre neutre ($M_f = 150\text{ kN.m}$), et grâce à la formule qui donne la contrainte normale de flexion, trouvez la contrainte moyenne dans le béton. En déduire la force de compression. (1,5 pts)

- Le moment quadratique d'une section rectangulaire est : $\frac{b \cdot h^3}{12}$
- Indice : la contrainte moyenne se calcule à l'axe de la partie comprimée



La contrainte de flexion est donnée par : $\sigma_{N,M} = \frac{M \cdot y}{I}$

Le moment quadratique I de la section complète est égal à : $0,6 \cdot (0,24)^3 / 12 = 0,0006912\text{ m}^4$

La contrainte de compression vaut : $150 \cdot 0,06 / 0,0006912 = 13\,020,83\text{ kN/m}^2$, soit $13,02\text{ Mpa}$

Et la force totale de compression vaut : $13\,020,83 \cdot 0,6 \cdot 0,12 = 937,49\text{ kN}$

2. Sachant que la force de compression est contrebalancée par la force de traction, calculez le diamètre des armatures. (1,5 pt)

- La contrainte limite d'élasticité de l'acier vaut $\sigma_{ys} = 500/1,15 = 435\text{ MPa}$

Il y a 10 armatures, chacune reprend donc un effort normal $N = F/10 = 93,75\text{ kN}$

On borne la contrainte à la contrainte maximale du matériau : $\sigma = \frac{N}{S} = \frac{N}{\frac{\pi d^2}{4}} \leq \sigma_{ys}$

$$\text{Donc } d \geq \sqrt{\frac{4 \cdot N}{\pi \cdot \sigma_{ys}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 93\,750\text{ N}}{\pi \cdot 435}} = 16,56\text{ mm}$$

On utilisera des barres HA20 (7 barres) ou HA16 (11 barres)

3. Vérifiez la résistance du béton à la contrainte maximale de compression. (1,5 pt)

- La contrainte limite d'élasticité du béton vaut $\sigma_{yb} = 40/1,5 = 26,6\text{ MPa}$

En reprenant le calcul de la question 2 on obtient :

$$150 \cdot 0,12 / 0,0006912 = 13\,020,83\text{ kN/m}^2, \text{ soit } 26,04\text{ Mpa} < 26,6\text{ MPa} \Rightarrow \text{OK}$$

4. Bonus : Sachant que la résistance du béton en traction est bien inférieure à celle en compression, que se passe-t-il en sous face de poutre ?

Le béton fissure et c'est normal, c'est ce qui permet aux aciers de fonctionner en traction.

MÉTHODE 2

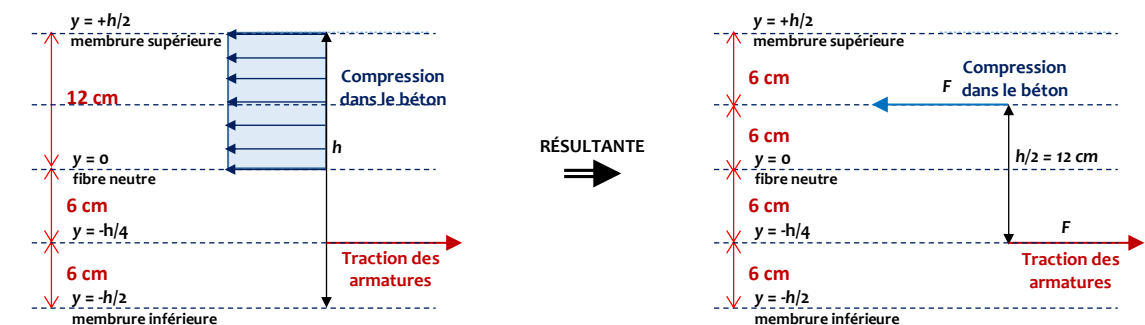
4. Grâce à la formule du cours sur le moment fléchissant d'une poutre soumise à une charge linéairement répartie uniforme, montrer qu'il faut une charge $p = 7,1\text{ kN/m}$ pour obtenir un moment fléchissant $M_f = 150\text{ kN.m}$ (1 pt)
Nota : si vous ne vous rappelez plus de la formule, vous pouvez la retrouver en traçant le diagramme MNT, mais c'est bien plus long.

Moment fléchissant au centre d'une poutre isostatique chargée par p , charge répartie uniformément : $M_f = \frac{p \cdot L^2}{8}$

$$\text{Donc : } p = \frac{8 \cdot M_f}{L^2} = \frac{8 \cdot 150\text{ kN.m}}{(13\text{m})^2} = 7,1\text{ kN/m}$$

5. En partant du moment fléchissant ($M_f = 150\text{ kN.m}$), et grâce à la formule qui précise qu'un moment est égal à une force multipliée par une distance, retrouvez la valeur de la traction dans les armatures. (1,5 pts)

Nota : résonnez sur la résultante de la compression dans le béton.



CORRIGE

La fibre neutre est à mi-chemin entre la tension dans les armatures et la résultante de la compression du béton. Cela implique que ces forces sont égales (en valeur absolue), nous appelons F leur valeur. Ces deux forces sont espacées de $h/2 = 12 \text{ cm}$.

$$M_f = F * \frac{h}{2} \text{ donc } F = \frac{2 * M_f}{h} = \frac{2 * 150 \text{ kN.m}}{0,24\text{m}} = 1250 \text{ kN}$$

6. Calculez le diamètre des armatures. (1,5 pt)

La contrainte limite d'élasticité de l'acier vaut $\sigma_{ys} = 500/1,15 = 435 \text{ MPa}$

Il y a 10 armatures, chacune reprend donc un effort normal $N = F/10 = 125 \text{ kN}$

On borne la contrainte à la contrainte maximale du matériau : $\sigma = \frac{N}{S} = \frac{N}{\frac{\pi d^2}{4}} \leq \sigma_{ys}$

$$\text{Donc } d \geq \sqrt{\frac{4 * N}{\pi * \sigma_{ys}}} = \sqrt{\frac{4 * 125\,000 \text{ N}}{\pi * 435}} = 19,1 \text{ mm}$$

On utilisera des barres HA20.

7. Vérifiez la résistance du béton. (1,5 pt)

La contrainte limite d'élasticité du béton vaut $\sigma_{yb} = 40/1,5 = 26,6 \text{ MPa}$

$$\text{Contrainte dans le béton : } \sigma = \frac{F}{S} = \frac{F}{\frac{bh}{2}} = \frac{1\,250\,000 \text{ N}}{\frac{600\text{mm} * 240\text{mm}}{2}} = 17,4 \text{ MPa} \leq \sigma_{yb} = 26,6 \text{ MPa} : \text{OK}$$

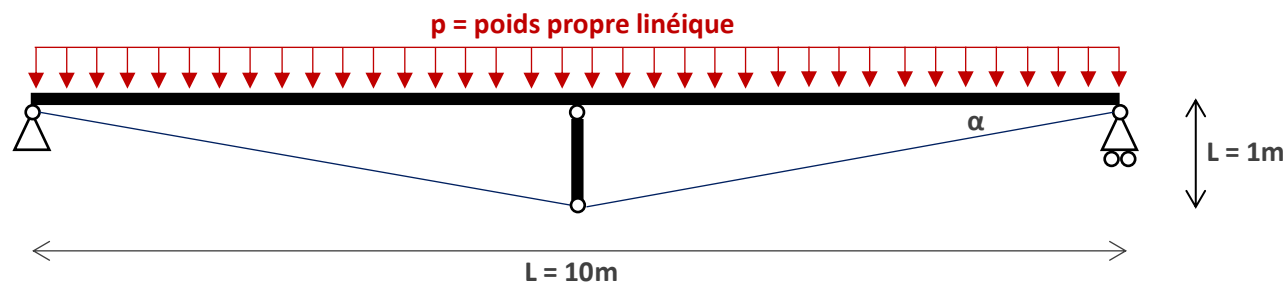
8. Bonus : Sachant que la résistance du béton en traction est bien inférieure à celle en compression, que se passe-t-il en sous face de poutre ?

Le béton fissure et c'est normal, c'est ce qui permet aux aciers de fonctionner en traction.

PROBLEME 2 (6 Points) : Poutre bois sous tendue précontrainte

Nous considérons une poutre bois sous tendue de longueur $L = 10\text{m}$, de largeur $b = 15 \text{ cm}$ pour une hauteur $h = 30 \text{ cm}$. La poutre et le poinçon sont en Mélèze C24, les tirants sont en acier. Les caractéristiques principales des deux matériaux sont données plus bas.

Il s'agit de dimensionner la section des tirants de façon à supprimer la flèche de la poutre bois liée au poids propre



HYPOTHESES SIMPLIFICATRICES

Les coefficients ELU et ELS sont négligés pour l'exercice

QUESTIONS

1. Déterminer le poids linéique de la poutre bois (uniquement la poutre horizontale) (1 pt)
- La masse volumique du Mélèze vaut $\rho = 350\text{kg/m}^3$

La masse totale de la poutre bois est de : $0.15 * 0.3 * 10 * 350 = 157,5 \text{ kg}$, soit un poids de $1\,575 \text{ N}$

Le poids linéique est de $1\,575 / 10 = 157,5 \text{ N/m}$

2. Déterminer la flèche de la poutre horizontale, sans sous-tension, sous poids propre à l'ELS (1,5 pt)

a. La flèche d'une poutre isostatique sous charge linéique p est donnée par la formule : $f = \frac{5 * p * L^4}{384 * EI}$

b. Le moment quadratique d'une section rectangulaire est : $\frac{b * h^3}{12}$

c. Le module moyen d'élasticité axiale du C24 vaut $E = 11\,000 \text{ MPa}$

Le moment quadratique vaut : $0.15 * 0.3^3 / 12 = 0,0003375 \text{ m}^4$

La flèche sous poids propre vaut : $5 * 157,5 * 10^4 / (384 * 11\,000\,000\,000 * 0,0003375) = 0,00552 \text{ m} = 5,52 \text{ mm}$

3. Le poinçon va exercer une charge ponctuelle vers le haut pour redresser la poutre. Quelle est la valeur de la force ponctuelle nécessaire (1,5 pt)

a. La flèche d'une poutre isostatique sous charge ponctuelle F est donnée par la formule : $f = \frac{F * L^3}{48 * EI}$

Il faut créer une flèche équivalente à la flèche sous poids propre trouvée précédemment, soit :

$$F = \frac{f * 48 * EI}{L^3}, F = 0,00552 * 48 * 11\,000\,000\,000 * 0,0003375 / 10^3 = 983,6 \text{ N, arrondi à } 984 \text{ N}$$

4. La géométrie de la poutre étant connue, quelle est la valeur de la force de traction dans chaque câble ? (1 pt)
L'angle α entre la poutre bois et le câble est connu

$$\tan(\alpha) = 1 / 5 = 0,2, \text{ et donc } \alpha = 11,3^\circ$$

$$\text{Soit } T \text{ la tension dans chaque câble, } T = F / 2 / \sin(\alpha) = 2\,510,8 \text{ N, arrondi à } 2\,511 \text{ N}$$

5. Quelle est la section nécessaire minimale de câble à l'ELU pour redresser la poutre bois ? (1pt)

a. La contrainte limite d'élasticité de l'acier vaut $\sigma_{ys} = 500/1,15 = 435 \text{ MPa}$

$$S = T / \sigma_{ys}, S = 2\,511 / 435 = 5,77 \text{ mm}^2, \text{ soit } D = 2,71 \text{ mm}$$

6. Bonus : Que se passera-t-il lorsque la poutre sera chargée avec un plancher et des charges d'exploitation ?

La tension dans le câble augmentera et il se plastifiera (rompra). Il faudrait redimensionner le câble, augmenter sa section afin qu'il puisse reprendre un effort de traction supérieur.