

Les Poutres Treillis

Les poutre treillis sont des systèmes réticulés planes ou tridimensionnelles constituées de barres. Une poutre est dite réticulée lorsque tous les organes de liaisons sont des rotules. Les barres travaillent uniquement en compression et en traction.

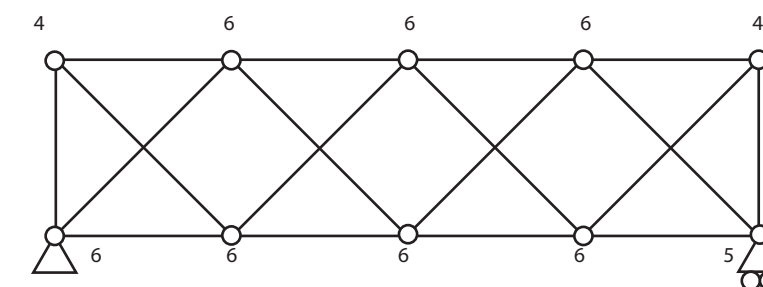
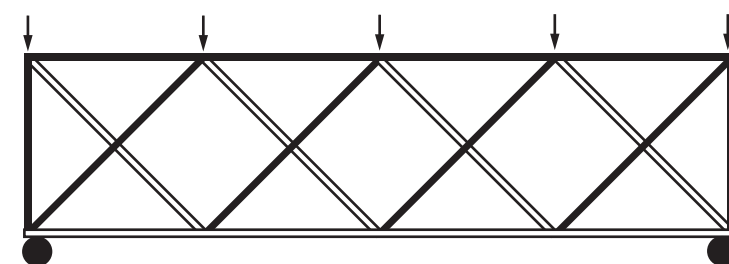
Pour être auto-stable, les constructions treillis doivent être constituées de triangles.

Barres : éléments rigides caractérisés par la longueur, la section, et le type de matériau.

Nœuds : considérés comme articulations parfaites.

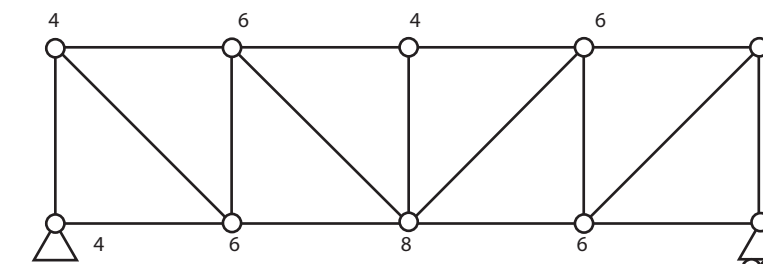
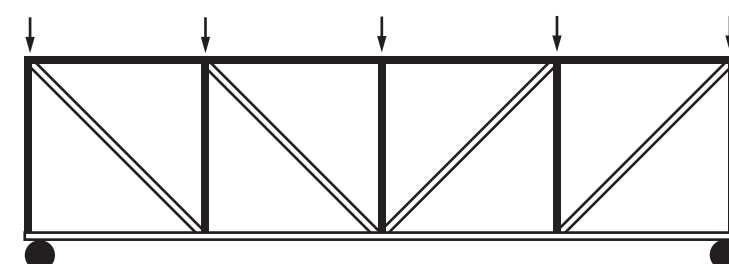
Attention, les charges doivent obligatoirement être appliquées aux noeuds pour ne pas provoquer de moment dans les barres.

Le Town



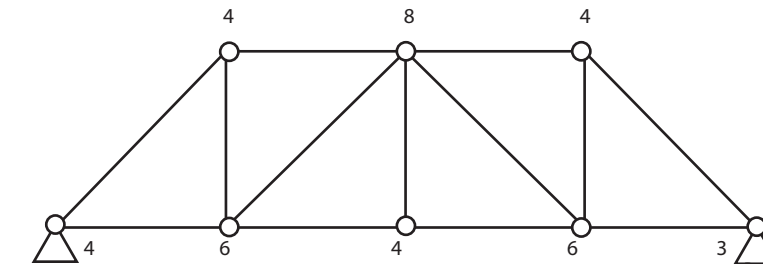
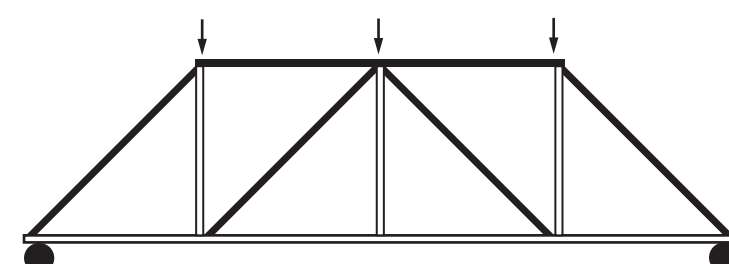
$i = 55$ $i - n = 1$
 $n = 54$ Hyperstatique

Le Pratt



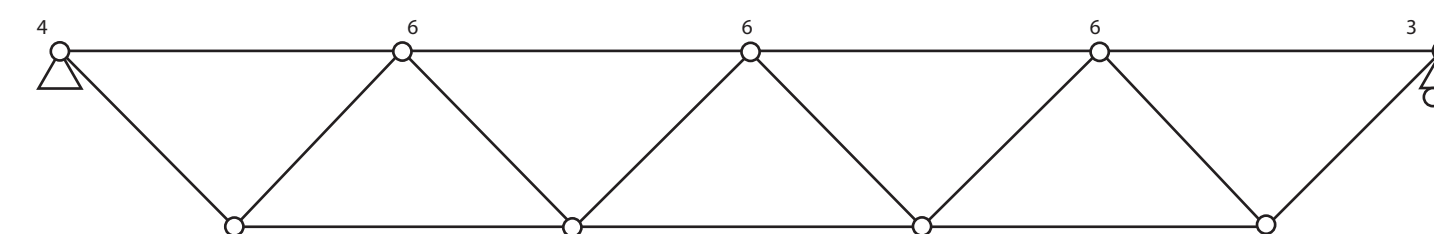
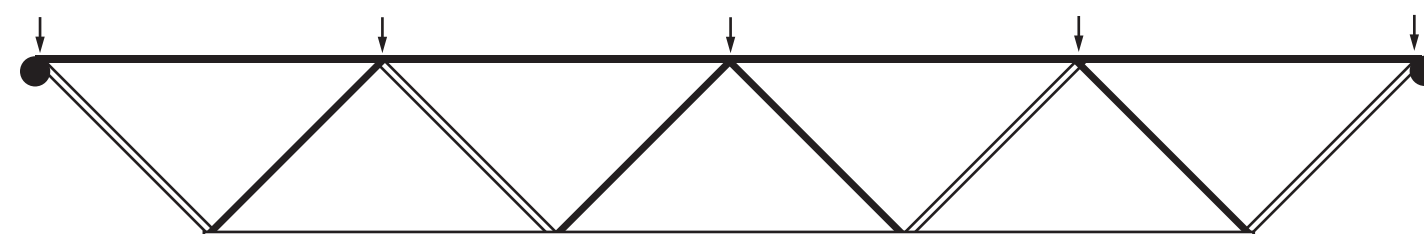
$i = 51$ $i - n = 0$
 $n = 51$ Isostatique

Le Howe et Allan



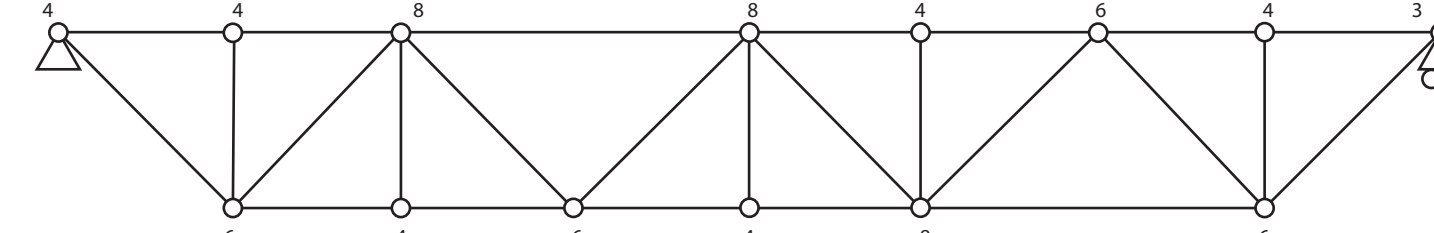
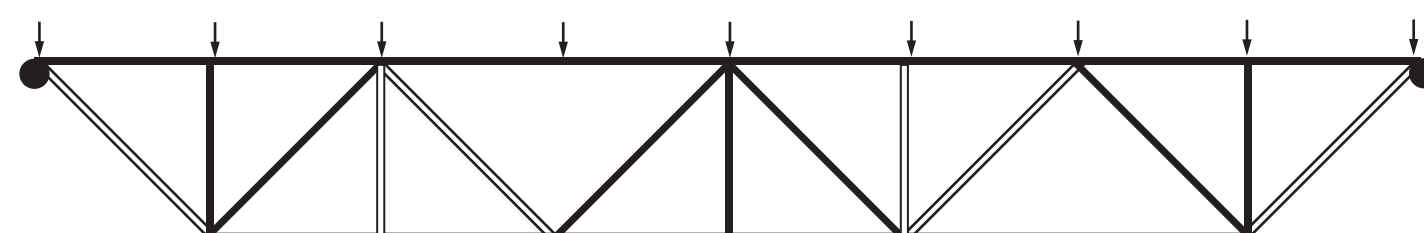
$i = 39$ $i - n = 0$
 $n = 39$ Isostatique

Le Warren



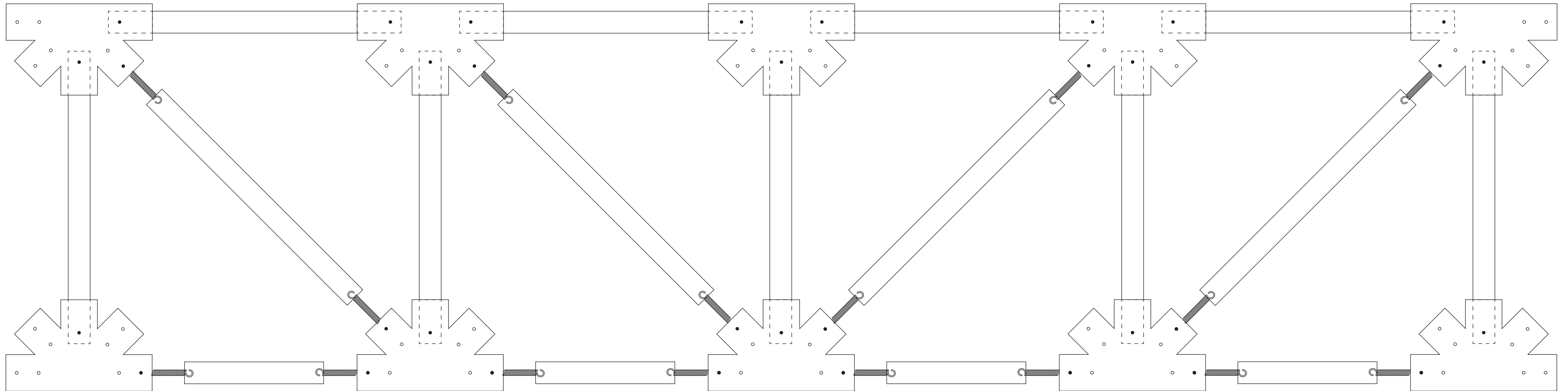
$i = 45$ $i - n = 0$
 $n = 45$ Isostatique

Le Warren
avec montants



$i = 75$ $i - n = 0$
 $n = 75$ Isostatique

Le Dispositif

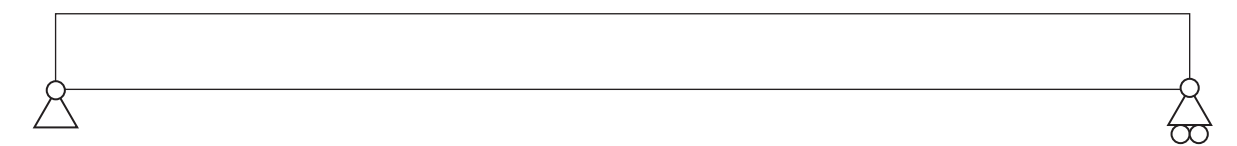


Ici, nous avons choisi de montrer le fonctionnement d'une poutre treillis sur l'exemple d'un Pratt.

Les barres fonctionnant en compression sont représentées par des tasseaux de bois.

Les barres fonctionnant en traction sont quand à elles représentées par des tasseaux de bois avec un ressort à chaque extrémité.

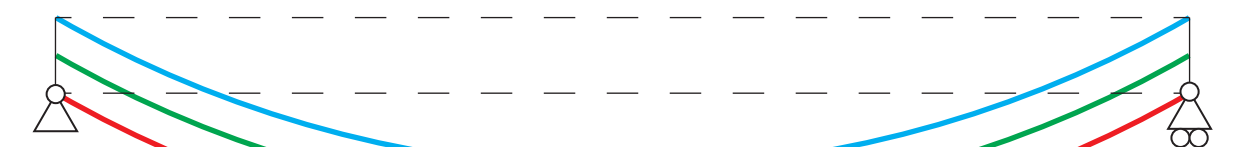
Le but est d'appliquer une force verticale sur les rotules du haut (ou laisser la poutre fonctionner sous son poids propre) afin de voir la déformation des éléments.



Pour fabriquer cette structure, nous avons dessiné des rotules en acier spécialement pour que nous puissions les transformer en encastrement sur demande.

En fixant un élément (tasseau ou ressort) avec un seul boulon, cela donne une rotule

En fixant un élément avec 2 boulons, cela donne un encastrement.



— Partie en compression

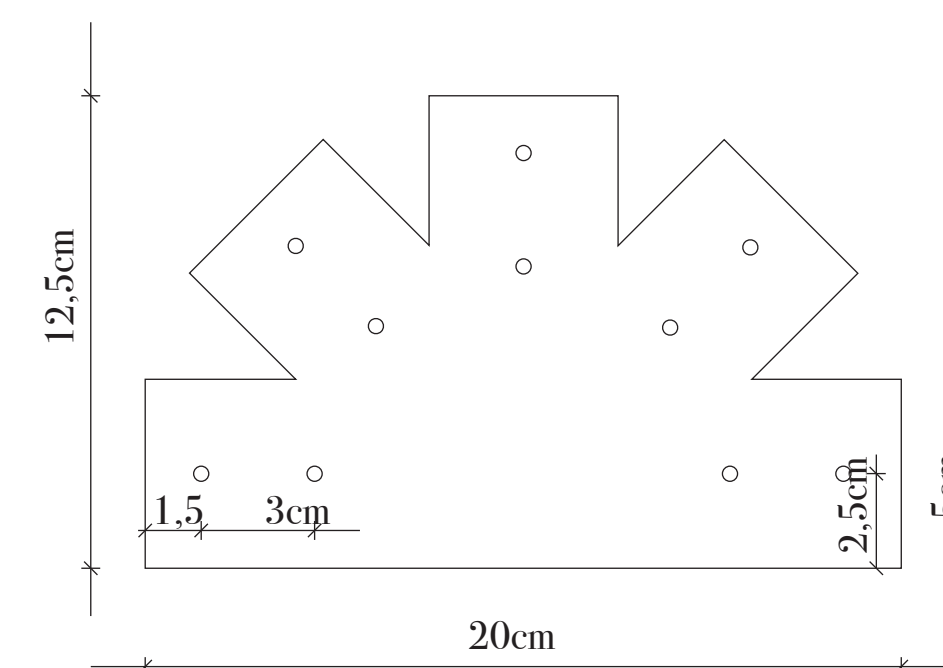
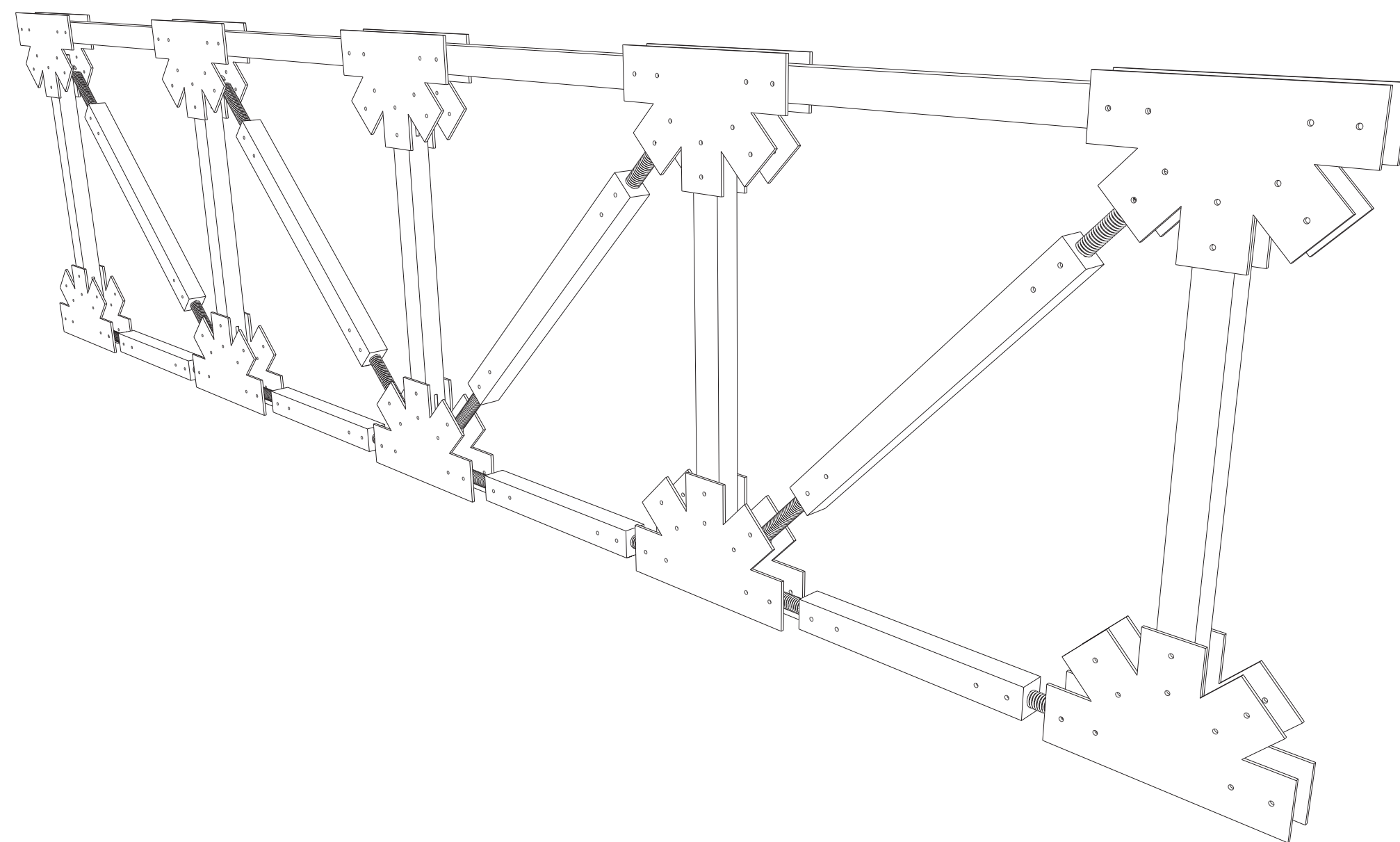
— Fibre neutre

— Partie en traction

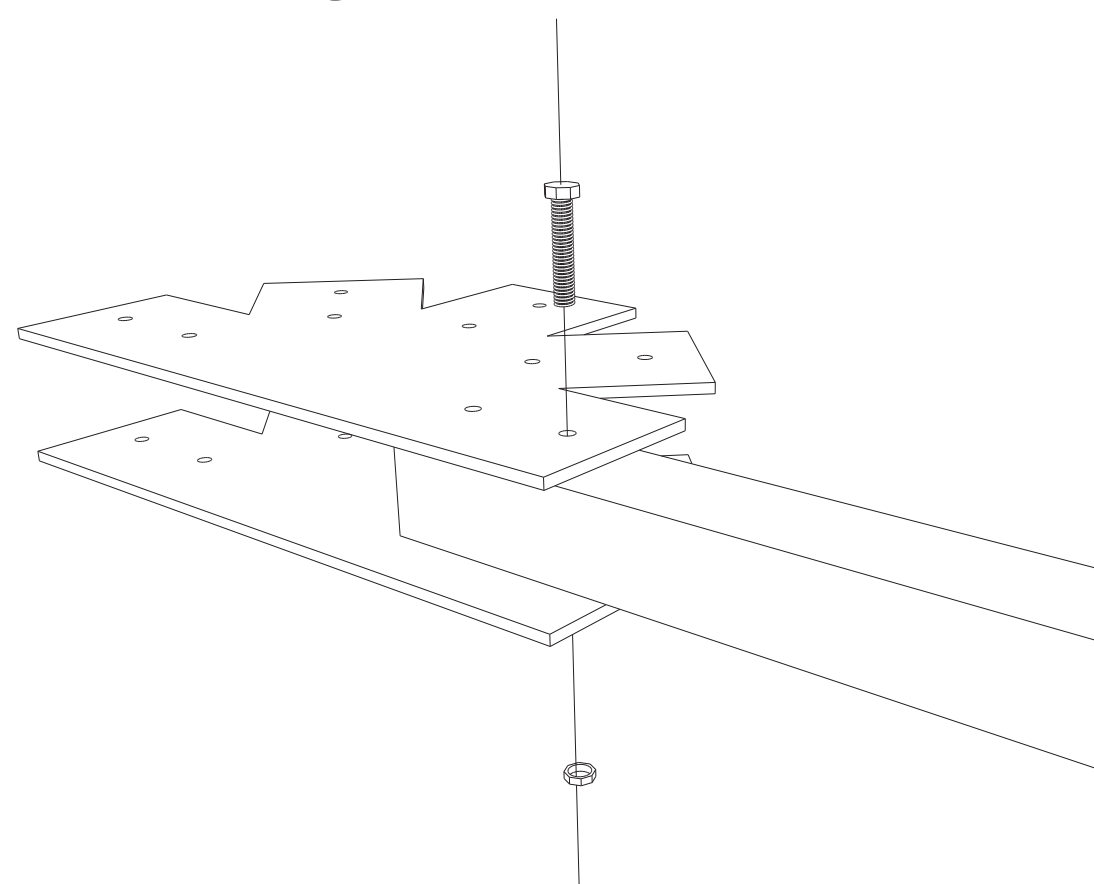
En suivant ce principe nous pouvons fabriquer un grand nombre de treillis différents.

En fonctionnement normal, une poutre sur 2 appuis fonctionne en compression en partie haute et en traction en partie basse. C'est pourquoi la partie haute comprend des tasseaux de bois et la partie basse des ressorts. Afin de mieux identifier les efforts dans les barres, nous avons choisi le modèle de pratt pour pouvoir contreventer la poutre tout en mettant en évidence les efforts dans les diagonales, en l'occurrence, la traction.

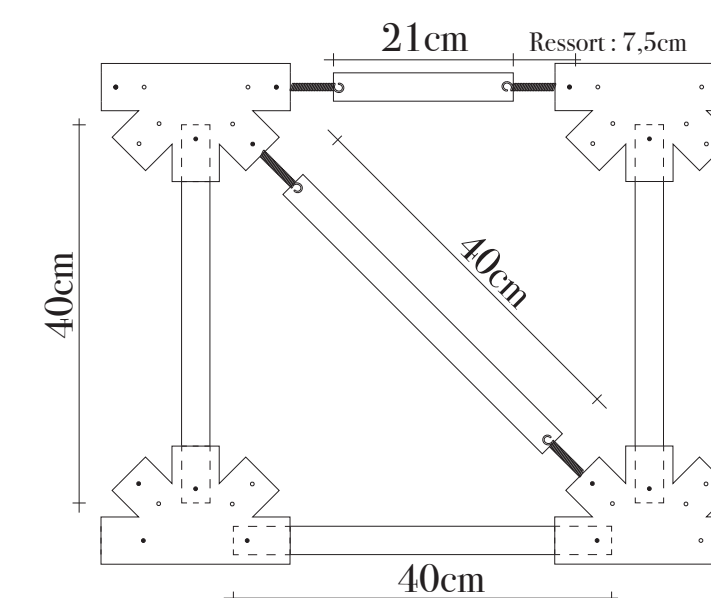
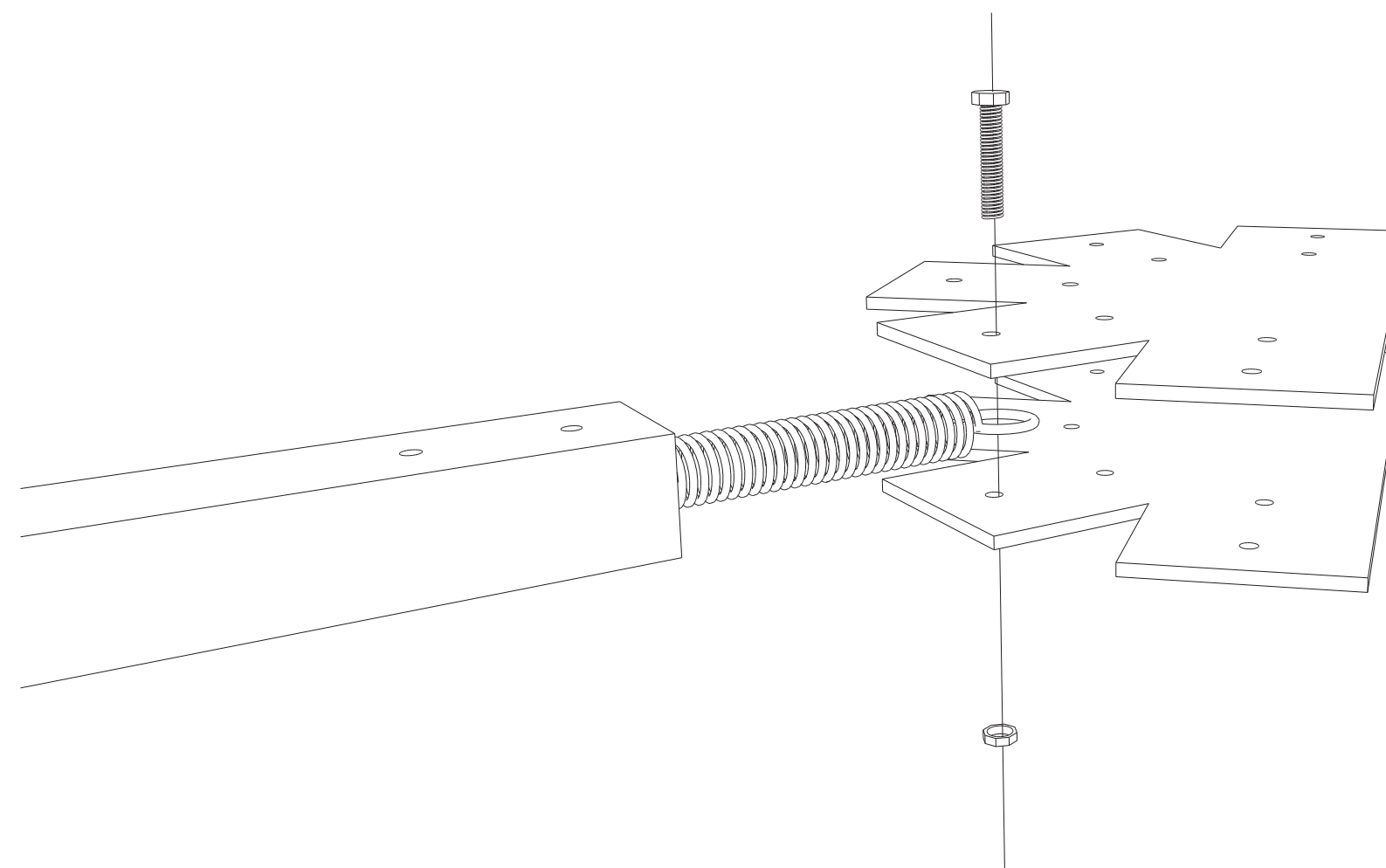
Notice et dimensions



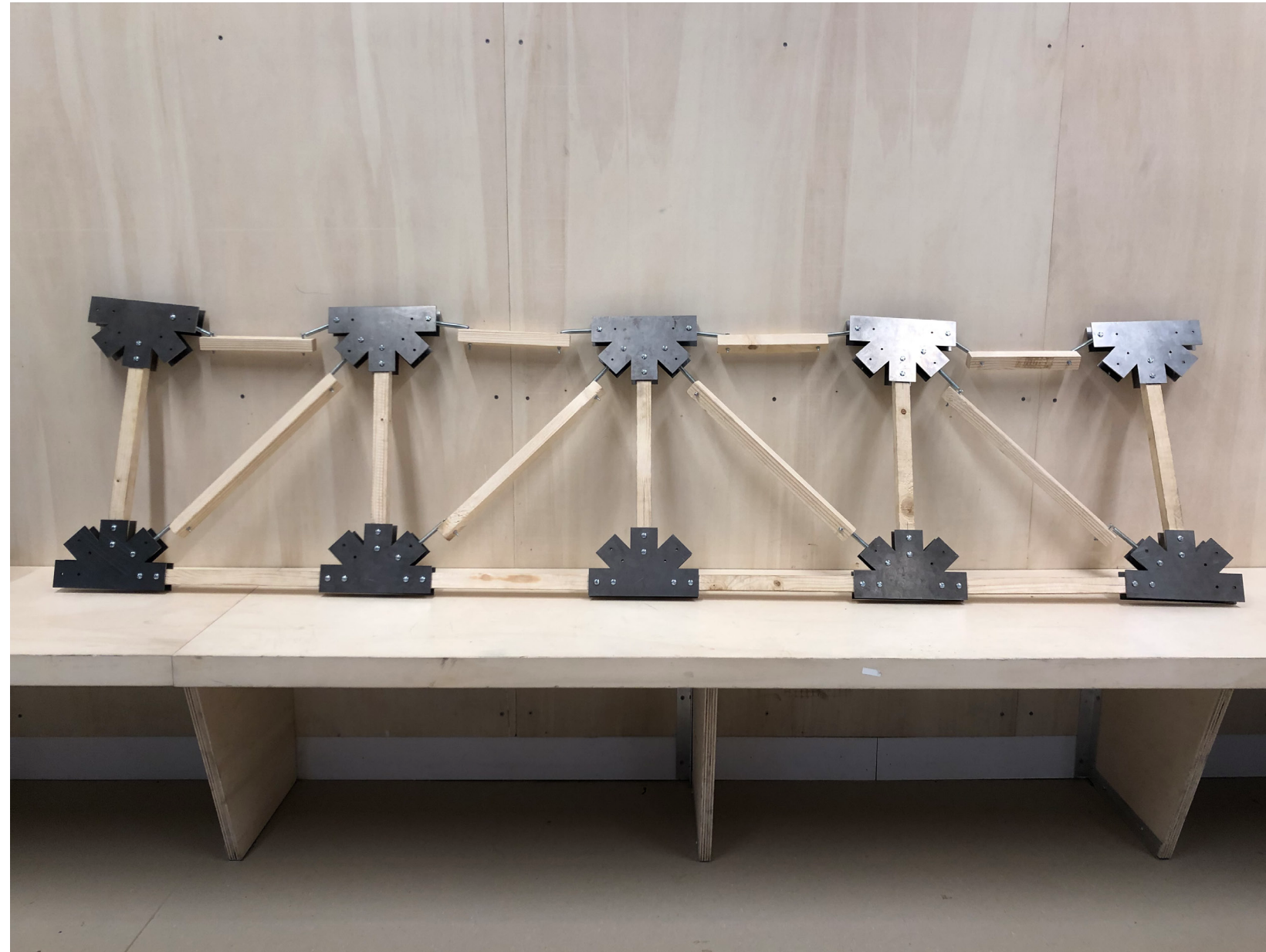
Accrochage tasseau de bois seul



Accrochage tasseau avec ressort



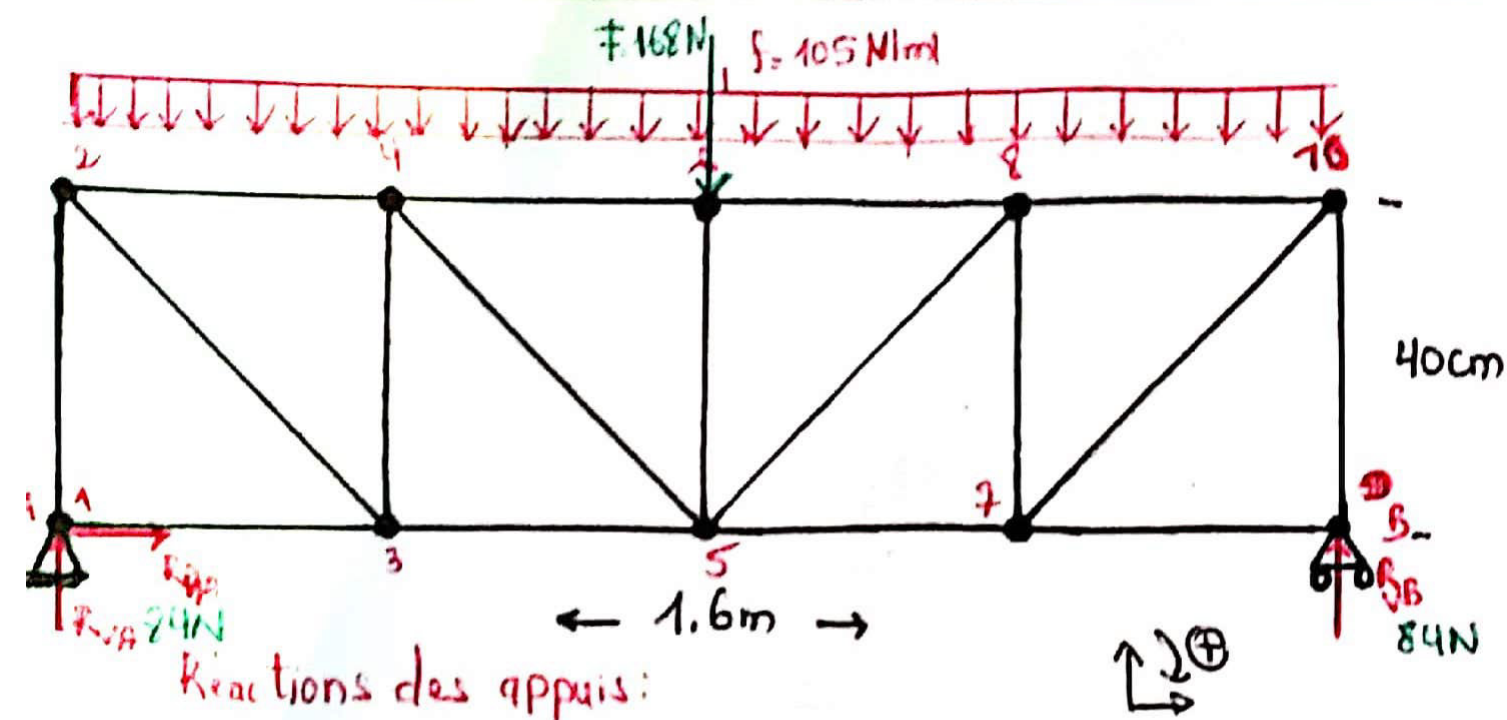
Photographies de la maquette finale



Structure S4 2019
ENSAPLV

Lorand Victoire
Morand Ninon
Mothe Yuri
Olaniouk Kristina
Roulard Arthur
Samah Amar
Thomas Nathanaël

Calculs



Reactions des appuis:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow R_{HA} = 0 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_{VA} + R_{VB} = 168 \text{ N (au bords de la symétrie)}$$

$$R_{VA} = R_{VB} = 84 \text{ N}$$

Efforts internes de barres:

Noeud ①: $0 < x < 40 \text{ cm}$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{13} = 0 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{12} = -84 \text{ N compression}$$

Noeud ②:

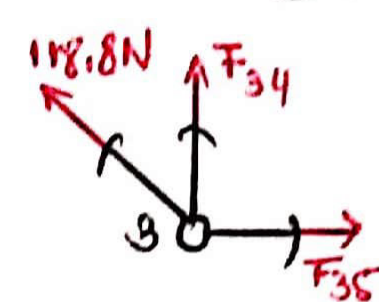
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{23} \cos \alpha + F_{24} = 0$$

$$F_{24} = -84 \text{ N compression}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 84 - F_{23} \sin \alpha = 0$$

$$F_{23} = 118.8 \text{ N traction}$$

Noeud ③



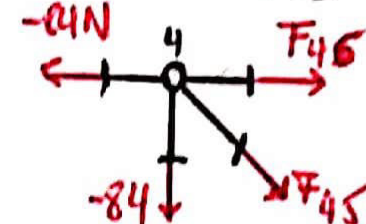
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -118.8 \cos 45^\circ + F_{35} = 0$$

$$F_{35} = 118.8 \cos 45^\circ = 84 \text{ N traction}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{34} + 118.8 \sin 45^\circ = 0$$

$$F_{34} = -84 \text{ N compression}$$

Noeud ④



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{46} + F_{45} \cos \alpha + 84 = 0$$

$$F_{46} = -168 \text{ N compression}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 84 - F_{45} \sin \alpha = 0$$

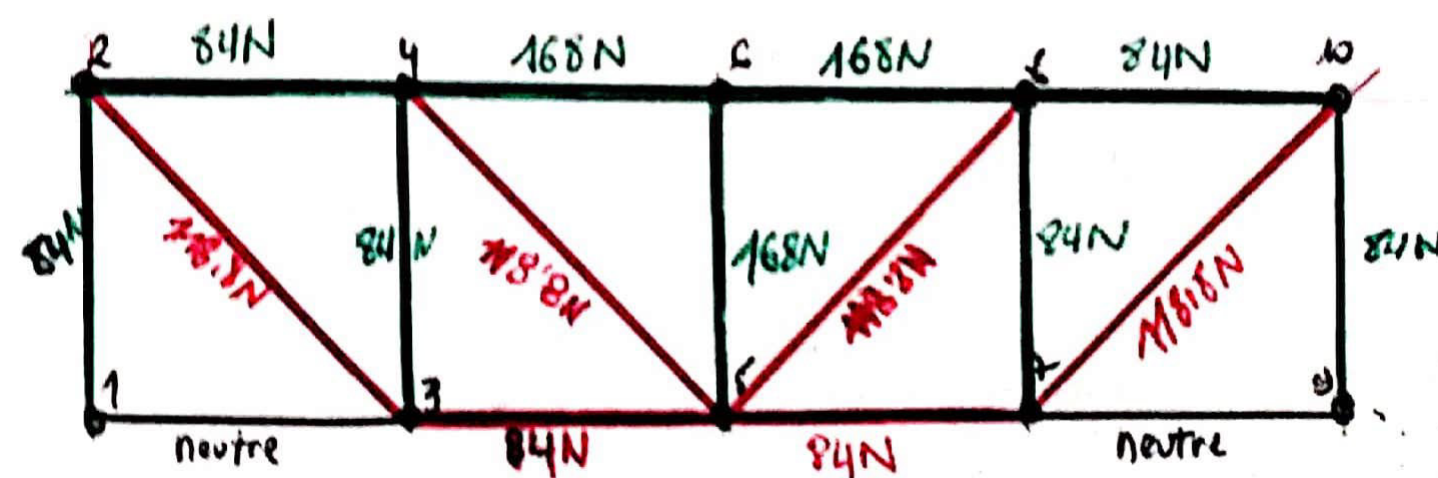
$$F_{45} = 118.8 \text{ N Traction}$$

Noeud ⑤ (au bords de la symétrie)



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 118.8 \cos 45^\circ + 118.8 \cos 45^\circ + F_{56} = 0$$

$$F_{56} = -168 \text{ N compression}$$



- traction
- compression

Effort de compression dans l'armature Route:

- $F_{max} = 168 \text{ N}$
- limite élastique du bois lamellé: $\sigma_{ly} = 32 \text{ MPa}$
- Module de Young: $E = 9000 \text{ MPa}$
- Surface carré $S = a^2$
- Inertie de section carré $I = \frac{a^4}{12}$
- force critique:

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

$$a \geq \sqrt[4]{\frac{12 F_{cr} L^2 \times 10^{-3}}{E \pi^2}} = \sqrt[4]{\frac{12 \times 168 \times 1.6^2 \times 10^{-3}}{9000 \pi^2}}$$

$$a \geq 15 \text{ mm}$$

Surface de la barre doit être $\geq 225 \text{ mm}^2$ en cas d'une force appliquée de $F = 168 \text{ N}$

$$On \text{ pris } S = b \times h = 30 \times 25 = 750 \text{ mm}^2$$

$$\Rightarrow F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad I = \frac{bh^3}{12} = 5625 \text{ mm}^4$$

$$F_{cr} \leq 1851.45 \text{ N. Vérifié, la barre résiste}$$

Resistance à la compression simple.

$$\sigma = \frac{N}{S} \leq \sigma_y = 32 \text{ MPa}$$

$$\sigma = \frac{168 \times 10^{-6}}{0.75} = 2.24 \times 10^{-4} \text{ MPa} < 32 \text{ MPa.}$$

- la barre résiste